5.

Mnogokuti i krug

Mnogokut je dio ravnine omeđen dužinama koje se ne sijeku.

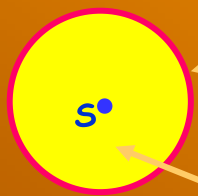
U mnogokute spadaju:
- trokuti
- četverokuti
- peterokuti
- šesterokuti, sedmerokuti...

Za mnogokut ćemo reći da je pravilan ako su mu sve stranice jednakih duljina i svi kutovi jednakih veličina.

Koji od likova na gornjim slikama su pravilni?

Kako inače nazivamo pravilni trokut?
- jednakostraničan trokut

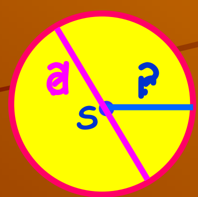
A pravilni četverokut?
- kvadrat



Kružnica je skup svih točaka ravnine koje su jednako udaljene od neke (središnje) točke

Rrug je dio ravnine omeđen kružnicom

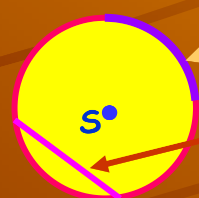
Nazivi i oznake vezani uz krug i kružnicu:



S - središte kružnice/kruga

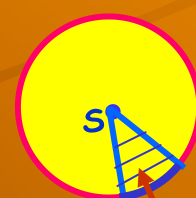
r - radijus ili polumjer kružnice

d - dijametar ili promjer kružnice

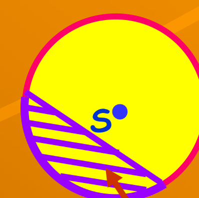


kružni luk

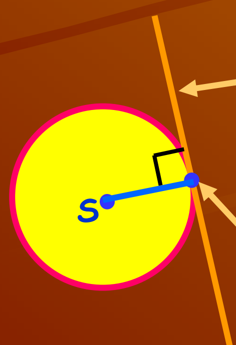
tetiva



kružni isječak



kružni odsječak



tangenta kružnice je pravac koji dodiruje kružnicu u točno jednoj točki

dirališe

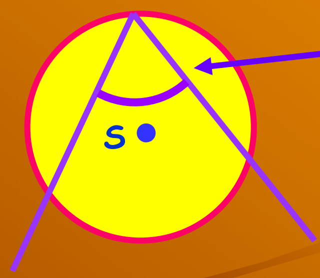
tangente i kružnice

sekanta kružnice

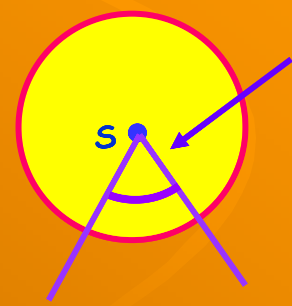
sjecišta

Kako crt... ...ntu u zadanoj kružnice?

Okomito na radijus!

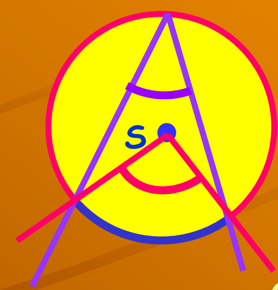


<u>obodni</u> kut je
kut čiji je vrh
na kružnici i
čiji kraci sijeku
kružnicu



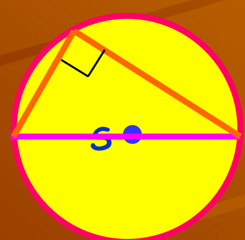
<u>središnji</u> kut je
kut čiji je vrh
u središtu kružnice
(i čiji kraci sijeku
kružnicu)

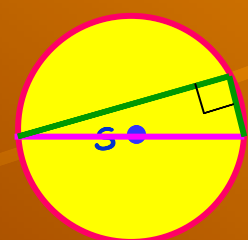
Obodni kutovi
<u>nad istim lukom</u>
imaju
<u>jednake veličine!</u>

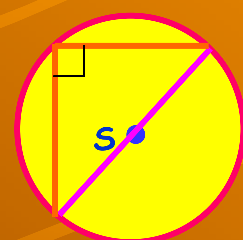


Ako imamo obodni i središnji kut
nad istim lukom,
tada je <u>veličina središnjeg kuta</u>
<u>dva puta veća od veličine obodnog!</u>

<u>Talesov poučak:</u>







Obodni kut <u>nad promjerom kruga</u> uvijek je <u>pravi kut</u>!

Opseg (bilo kojeg lika) je duljina njegovog ruba, a površina je veličina njegove unutrašnjosti.

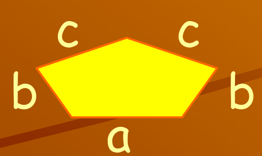
Za opseg koristimo m, dm, cm, mm...,

a za površinu m^2, dm^2, cm^2, mm^2...

(koje mjerne jedinice?)

Opseg <u>mnogokuta</u> računamo tako da zbrojimo duljine svih njegovih stranica.

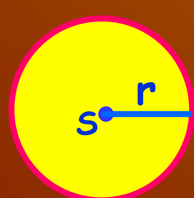
Npr.



$O = a + 2b + 2c$

Opseg pravilnog sedmerokuta: $O = 7a$

Opseg pravilnog n-terokuta: $O = n \cdot a$

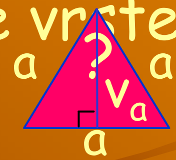
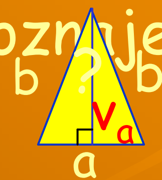
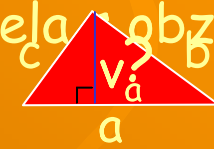
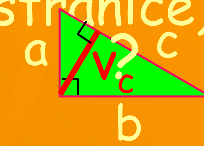


Opseg kruga: $\boxed{O = 2r\pi}$ $\pi \approx 3.14$

Površina kruga: $\boxed{P = r^2\pi}$ $(r^2 = r \cdot r)$

Ponovimo formule za opsege i površine trokuta i četverokuta...

Koje vrste trokuta poznajemo (podjela s obzirom na stranice)?

jednakostraničan trokut	jednakokračan trokut	raznostraničan trokut	pravokutan trokut
			
$O = 3a$	$O = a + 2b$	$O = a + b + c$	$O = a + b + c$
$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$	$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$	$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$	$P = \frac{a \cdot b}{2}$
	$P = \frac{b \cdot v_b}{2}$	$P = \frac{b \cdot v_b}{2}$	$P = \frac{c \cdot v_c}{2}$
	a - osnovica b - kraci	$P = \frac{c \cdot v_c}{2}$	a, b - katete c - hipotenuza

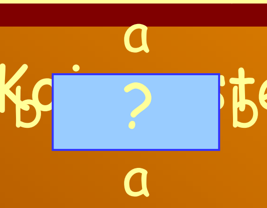
Što je v_a?

Koji trokut ima "drugačiju" formulu za površinu?

Četverokuti...

Pravokutnik

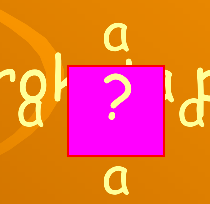
Ko ... ste četverok ... poznajemo?



$O = 2a + 2b$

$P = a \cdot b$

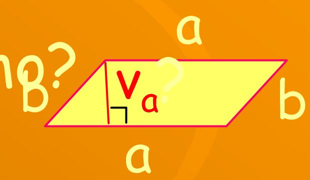
kvadrat



$O = 4a$

$P = a \cdot a$

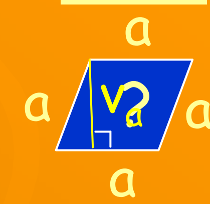
paralelogram



$O = 2a + 2b$

$P = a \cdot v_a$

romb

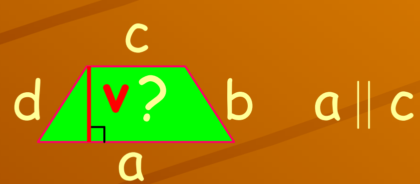


$O = 4a$

$P = a \cdot v_a$

Što je v_a?

trapez



$a \parallel c$

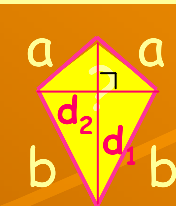
$O = a + b + c + d$

$$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

a, c - osnovice

b, d - kraci

deltoid

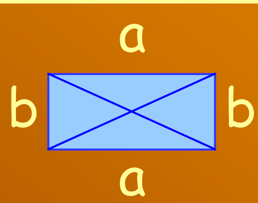


$O = 2a + 2b$

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Što su d_1 i d_2?

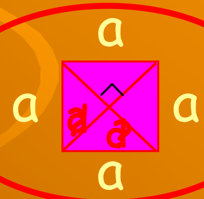
pravokutnik



$O = 2a + 2b$

$P = a \cdot b$

kvadrat



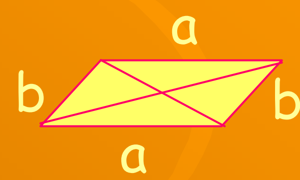
$O = 4a$

$P = a \cdot a$

$P = \frac{d \cdot d}{2}$

Po kojoj god formuli računali
površinu kvadrata,
dobit ćemo isto rješenje!
Isto vrijedi i za ostale likove.

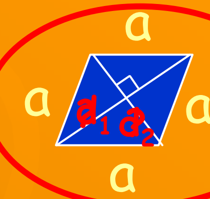
paralelogram



$O = 2a + 2b$

$P = a \cdot v_a$

romb

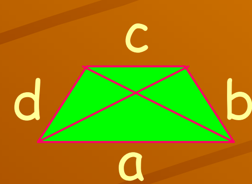


$O = 4a$

$P = a \cdot v_a$

$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

trapez

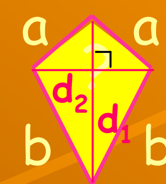


$a \parallel c$

$O = a + b + c + d$

$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$

deltoid



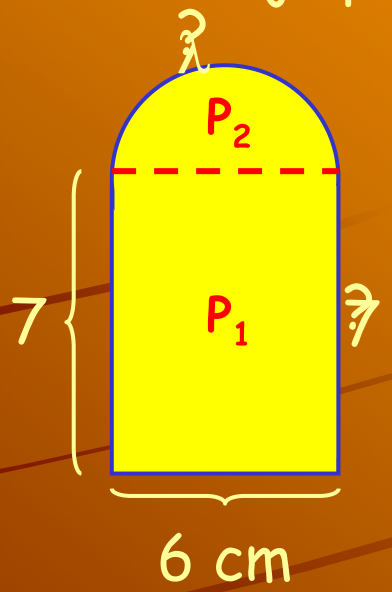
$O = 2a + 2b$

$$\boxed{P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}}$$

Ova formula za površinu vrijedi
kod svih četverokuta koji imaju okomite dijagonale!

Koji od gornjih četverokuta imaju okomite dijagonale?

Izračunaj opseg i površinu ovog lika:



O = duljina ruba

$O = 7 + 6 + 7 + \lambda$

$O \approx 7 + 6 + 7 + 9.42$

$\boxed{O \approx 29.42 \text{ cm}}$

λ = duljina polukružnice

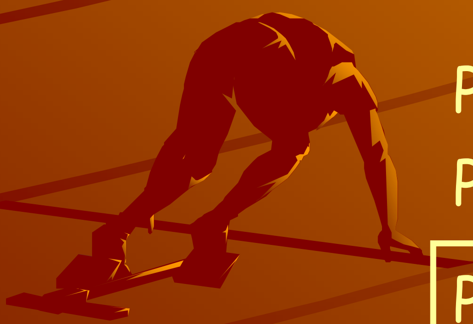
$\lambda = \frac{\cancel{2} r \pi}{\cancel{2}}$

$\lambda = r\pi$

$\lambda = 3\pi$

$\lambda \approx 3 \cdot 3.14$

$\lambda \approx 9.42 \text{ cm}$



$P = P_1 + P_2$

$P \approx 42 + 14.13$

$\boxed{P \approx 56.13 \text{ cm}^2}$

$P_1 = a \cdot b$

$P_1 = 6 \cdot 7$

$P_1 = 42 \text{ cm}^2$

P_2 = površina polukruga

$P_2 = \frac{r^2\pi}{2}$

$P_2 = \frac{3^2\pi}{2}$

$P_2 \approx \frac{9 \cdot 3.14}{2}$

$P_2 \approx 14.13 \text{ cm}^2$

U ovoj cjelini uvježbali smo i kako transformirati formule.

Npr.

Nađi formulu za $\mathbf{v_a}$ ako je $\mathbf{P} = \frac{a \cdot v_a}{2}$.

Prvo prepišemo zadanu formulu.

$P = \frac{a \cdot v_a}{2} \quad / \cdot 2$

Riješimo se razlomka!

$2P = a \cdot v_a$

Sad se sjetimo za što tražimo formulu! Za v_a.

Onda v_a mora biti na lijevoj strani!

Ako nije, zamijenimo strane.

$a \cdot v_a = 2P \quad / : a$

Riješimo se onoga što smeta na lijevoj strani!

Ponovo se sjetimo za što tražimo formulu! Za v_a.

Onda v_a mora biti sam na lijevoj strani.

$$\boxed{v_a = \frac{2P}{a}}$$

Zbroj kutova: - trokuta je 180°

- četverokuta je 360°

- n-terokuta je $\boxed{K_n = (n-2)\cdot 180^\circ}$

Zadatak: Koliki je (jedan) kut **pravilnog deseterokuta**?

Kako to možemo izračunati?

Pravilni deseterokut ima 10 jednakih kutova.
Prvo izračunamo zbroj svih 10 kutova, a zatim veličinu jednog.

zbroj svih kutova:

$K_{10} = (10-2)\cdot 180^\circ$

$K_{10} = 8 \cdot 180^\circ$

$K_{10} = 1440^\circ$

jedan kut:

$\alpha = K_{10} : 10$

$\alpha = 1440^\circ : 10$

$\boxed{\alpha = 144^\circ}$

Svaki kut pravilnog deseterokuta ima 144°.